

# Verdopplung des Vermögens

Dipl.-Ing.(FH) Kapt.(AG) Wolf Scheuermann

Hamburg, 2016

## Frage

In wieviel Jahren  $n$  verdoppelt sich ein Vermögen  $a_0$  bei  $z\%$  Zinsen?

## Berechnung

Zinseszinsformel allgemein:

$$a_n = a_0 \left(1 + \frac{z}{100}\right)^n$$

speziell:

$$a_1 = a_0 + a_0 \cdot \frac{z}{100} = a_0 \left(1 + \frac{z}{100}\right)^1$$

wenn  $n=1$ , nach einem Jahr also.

**Sonderfall 1:**  $z = 1\%$ ,  $a_n = 2a_0$ , gesucht ist  $n$ , also:

$$2a_0 = a_0 \left(1 + \frac{1}{100}\right)^n \Rightarrow 2 = \left(1 + \frac{1}{100}\right)^n \Rightarrow 2 = \left(\frac{101}{100}\right)^n$$

Auflösung nach  $n$ :

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(101) - 2 \cdot \ln(10)} = 69.66 \approx 70$$

**Sonderfall 2:**  $z = 2\%$ ,  $a_n = 2a_0$ , gesucht ist wiederum  $n$ :

$$2a_0 = a_0 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^n \Rightarrow 2 = \left(1 + \frac{2}{100}\right)^n$$

Auflösung nach  $n$ :

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{51}{25}\right) - 2 \cdot \ln(5)} = 35.003 \approx 35$$

**Somit:** Bei einer Verzinsung von  $z = 1\%$  dauert die Verdopplung des Vermögens 70 Jahre, bei einem Zinssatz von  $z = 2\%$  nur noch 35 Jahre, woraus wir für geringe Zinssätze verallgemeinert folgern können:

$$n \approx \frac{70}{z}$$

Dies ist die Faustformel, womit wir die Halbwertszeit eines exponentiellen Prozesses abschätzen können.